## ****Специальность 35.02.12 Садовопарковое и ландшафтное строительство****

## ****Курс 2****

## ****Группа 209С****

## ****Дисциплина Математика****

## ****Задания для группы 209С****

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа | Предмет | Преподаватель | Дата занятия | Тема | Содержание  работы, задания | Ссылка на  материалы |
| 209С | Математика | Тузкова Г.Н. | 06.04.2020 | Решение матричных уравнений | Научиться решать системы линейных уравнений с помощью матриц. Применять правило решения матричных уравнений. Решить системы уравнений № 67- 70 (стр 81-85) | Соловейчик И.Л.  Математика в задачах с решениями: учебное пособие для СПО  Видеоуроки |
|  |  |  | 11.04.2020 | Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера | Изучить формулы Крамера, научиться применять их при решении систем линейных уравнений.(стр.85-88) Решить системы уравнений № 77-80 | Соловейчик И.Л.  Математика в задачах с решениями: учебное пособие для СПО  Видеоуроки |
| 209С | Математика | Тузкова Г.Н. | 22.04.2020 | Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера. | Знать формулы Крамера. Применять эти формулы при решении систем линейных уравнений. ( стр 76-78) Решить системы уравнений № 75.77,78,79,80. | Соловейчик И.Л.  Математика в задачах с решениями: учебное пособие для СПО  Видеоуроки |
| 209С | математика | Тузкова Г.Н. | 27.04.2020 | Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. | Изучить метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.(стр. 79) | ЛисичкинТ.В.  Соловейчик И.Л.  Математика в задачах с решениями: учебное пособие для СПО  Видеоуроки |
|  |  |  | 30.04.2020 | Практическая работа «Решение систем линейных уравнений» | Применить различные методы решения систем линейных уравнений | ЛисичкинТ.В.  Соловейчик И.Л.  Математика в задачах с решениями: учебное пособие для СПО  Видеоуроки |
|  |  |  | 30.04.2020 | Дифференцированный зачёт |  |  |

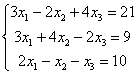
## ****Лекционный материал ( опорные конспекты)****

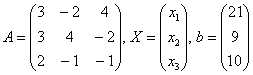
## ****Решение системы с помощью обратной матрицы 06.04****

Метод обратной матрицы – это, по существу, частный случай [матричного уравнения](http://www.mathprofi.ru/matrichnye_uravneniya_primery_reshenij.html)

Для изучения данного метода необходимо уметь раскрывать определители, находить обратную матрицу и выполнять матричное умножение.

Пример 11

Решить систему с матричным методом    


**Решение**: Запишем систему в матричной форме:   
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image096.gif, где  

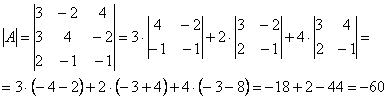
Пожалуйста, посмотрите на систему уравнений и на матрицы. По какому принципу записываем элементы в матрицы, думаю, всем понятно. Единственный комментарий: если бы в уравнениях отсутствовали некоторые переменные, то на соответствующих местах в матрице http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image100.gif нужно было бы поставить нули.

Решение системы найдем по формулеhttp://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image102.gif (её подробный вывод можно посмотреть в статье [Матричные уравнения](http://www.mathprofi.ru/matrichnye_uravneniya_primery_reshenij.html)).

Согласно формуле нам нужно найти обратную матрицу http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image104.gif и выполнить матричное умножение http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image106.gif. Алгоритм нахождения обратной матрицы подробно разобран на уроке [Как найти обратную матрицу?](http://www.mathprofi.ru/kak_naiti_obratnuyu_matricu.html)

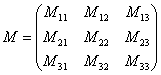
Обратную матрицу найдем по формуле:  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image108.gif, где http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image110.gif – транспонированная матрица алгебраических дополнений соответствующих элементов матрицы http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image100_0000.gif.

Сначала разбираемся с определителем:



Здесь определитель раскрыт по первой строке.

**Внимание! Если http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image115.gif, то обратной матрицы не существует, и решить систему матричным методом невозможно. В этом случае система решается** [методом исключения неизвестных (методом Гаусса)](http://www.mathprofi.ru/metod_gaussa_dlya_chainikov.html)**.**

Теперь нужно вычислить 9 миноров и записать их в матрицу миноров 

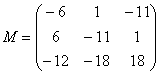
Справка: Полезно знать смысл двойных подстрочных индексов в линейной алгебре. Первая цифра – это номер строки, в которой находится данный элемент. Вторая цифра – это номер столбца, в котором находится данный элемент:  
  
То есть, двойной подстрочный индекс указывает, что элемент http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image121.gif находится в первой строке, третьем столбце, а, например, элемент http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image123.gif находится в 3 строке, 2 столбце

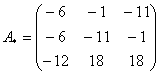
В ходе решения расчет миноров лучше расписать подробно, хотя, при определенном опыте их можно приноровиться считать ~~с ошибками~~ устно.

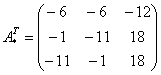
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image125.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image127.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image129.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image131.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image133.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image135.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image137.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image139.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image141.gif

Порядок расчета миноров совершенно не важен, здесь я их вычислил слева направо по строкам. Можно было рассчитать миноры по столбцам (это даже удобнее).

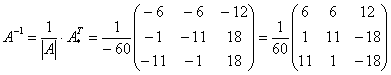
Таким образом:

– матрица миноров соответствующих элементов матрицы http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image100_0001.gif.

 – матрица алгебраических дополнений.

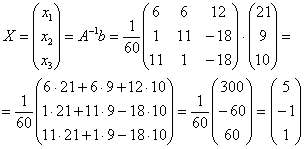
 – транспонированная матрица алгебраических дополнений.

Повторюсь, выполненные шаги мы подробно разбирали на уроке [Как найти обратную матрицу?](http://www.mathprofi.ru/kak_naiti_obratnuyu_matricu.html)

Теперь записываем обратную матрицу:  
  


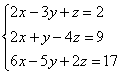
**Ни в коем случае не вносим http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image151.gif в матрицу, это серьезно затруднит дальнейшие вычисления**. Деление нужно было бы выполнить, если бы все числа матрицы делились на 60 без остатка. А вот внести минус в матрицу в данном случае очень даже нужно, это, наоборот – упростит дальнейшие вычисления.

Осталось провести матричное умножение. Умножать матрицы можно научиться на уроке [Действия с матрицами](http://www.mathprofi.ru/deistviya_s_matricami.html). Кстати, там разобран точно такой же пример.



Обратите внимание, что деление на 60 выполняется **в последнюю очередь**.   
Иногда может и не разделиться нацело, т.е. могут получиться «плохие» дроби.

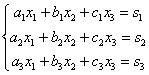
**Ответ**: http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image155.gif

Решить систему с помощью обратной матрицы.    


Это пример для самостоятельного решения .

**Формулы Крамера 22.04**

Систему линейных уравнений можно решить с помощью формул Крамера.

Рассмотреним формулы Крамера для системы трех уравнений с тремя неизвестными:  


Находим главный определитель системы:  
Δ = Если Δ =0, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений).

Если Δ , то система имеет единственное решение и для нахождения корней мы должны вычислить еще три определителя:

= , = , =   
И, наконец, ответ рассчитывается по формулам:

, , .

Рассмотрим систему уравнений . Найдем определитель системы Δ = = - 60 0 Значит система имеет единственное решение. Найдём определители неизвестных.

.

Находим корни системы =.

Ответ:

Пусть дана система уравнений . Найдем главный определитель системы = 0, Система решения не имеет.

Решить системы уравнений:; ;

**Метод Гаусса 27.04**

При решении систем линейных уравнений используется метод Гаусса. Он состоит в следующем: Систему уравнений приводят к эквивалентной ей системе с треугольной матрицей. Эти действия называют прямым ходом. Из полученной треугольной системы находят переменные с помощью последовательных подстановок. Это называют обратным ходом.

При выполнении прямого хода используют преобразования:

1. умножение и деление коэффициентов и свободных членов на одно и тоже число;
2. сложение и вычитание уравнений;
3. перестановки уравнений;
4. исключение из системы уравнений, в которых все коэффициенты при неизвестных и свободные члены равны 0.

Решим систему уравнений методом Гаусса

На первом месте должно стоять уравнение, в котором коэффициент при x равен 1. Переставим на первое место третье уравнение, получим систему:

Запишем расширенную матрицу: . Преобразуем эту матрицу так, чтобы во второй и третьей строке первые элементы были равны 0. Для этого первую строку умножим на -3 и сложим со второй строкой. 1(-3)+3= 0, -2(-3)+2= 8, 2(-3) +(-1) = -7, 3(-3) +4 = -5. Теперь первую строку умножим на -2 и сложим с третьей строкой, получим: 1(-2) +2 = 0, -2(-2) +(-1) = 3, 2(-2) +3 = -1, 3(-2)+9 = 3. .Получим матрицу :

. Теперь нужно получить 0 в третьей строке второго элемента. Для этого вторую строку умножим на -3, а третью на 8 и их сложим. Получим 8(-3) +3\*8 = 0, (-7) (-3)+ (-1)8 = 13, (-5)(-3) + 3\*8 =39. Первую и вторую строку переписываем без изменения. Получается матрица . Запишем эквивалентную систему уравнений . Выполняем обратный ход. Решаем уравнение 13z = 39, **z =3**. В уравнение 8y -7z = -5 подставляем значение z и получим уравнение 8y-7\*3 = -5, 8y =16, **y = 2**.В уравнение x -2y +2z =3 подставляем значения z и y и вычисляем **x =1**. Ответ .

Решить методом Гаусса системы уравнений ; ;

**Практические работы**

**Практическая работа №10 30.04**

**Тема: Решение систем линейных уравнений**

**Цель:** Закрепить навыки решения систем линейных уравнений различными способами, развивать логическое мышление, внимание, самостоятельность.

*Обучающийся должен знать*: определение обратной матрицы, формулы Крамера, метод Гаусса.

*Обучающийся должен уметь:*

* находить обратную матрицу
* находить определители
* применять формулы Крамера
* решать системы методом Гаусса

**Теоретическая часть:**

Пусть дана система уравненийx+y+z=

x+y+=

x+y+=

Рассмотрим матрицу, составленную из коэффициентов при неизвестных:

А=

Свободные члены и неизвестные можно записать в виде матриц-столбцов:

В= Х=

Тогда, используя правило умножения матриц, эту систему уравнений можно записать так: = или АХ = В

Это уравнение называется простейшим матричным уравнением. Это уравнение решается следующим образом: находим матрицу, обратную матрице А. Тогда матрица Х = В.

Системы линейных уравнений можно решить по формулам Крамера. Формулы Крамера имеют вид:

X = y = z = , где Δ-определитель системы, ,, - определители неизвестных, полученные из определителя системы путем замены коэффициентов на свободные члены.

При решении систем линейных уравнений используют также метод Гаусса. Он состоит в следующим: систему уравнений приводят к эквивалентной ей системе с треугольной матрицей. Эти действия называются прямым ходом. Из полученной треугольной системы переменные находят с помощью последовательных подстановок. Это обратный ход.

**Практическая часть**.

Решить системы уравнений различными методами:

**Зачётная работа**

Вариант зачетной работы выбирается по номеру в списке группы. Ответы принимаются на почту [tuzkova54@bk.ru](mailto:tuzkova54@bk.ru) При выполнении задания 4 можно применить любой способ решения.

Зачётная работа по дисциплине Математика 30.04

Вариант 1

1 Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трёх горизонтальных полос различного цвета, если имеется материал семи различных цветов?

2 Решите уравнение

3 Какова вероятность того, что наудачу выбранное целое число от 40 до 70 является кратным 6?

4.Решить систему уравнений методом Гаусса:

5.Найти 2АВ, если А = В =

Вариант 2

1 Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1,3,5,7,9 так , чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

2 Решить уравнение 30x =

3 В институте работает 120 человек, из них 70 знают английский язык, 60- немецкий, а 50- знают оба. Какова вероятность того, что выбранный наудачу сотрудник не знает ни одного иностранного языка?

4.Решитьсистему уравнений методом обратнй матрицы:

5.Найти 2А-3В, если А = В =

Вариант 3

1 Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «журнал»?

2 Решите уравнение 20 =

3 В коробке 8 чёрных, 6 красных, 4 белых шара. Последовательно вынимают три шара. Найти вероятность того, что первый шар будет чёрным , второй – красным, третий – белым.

4.Решить систему уравнений:

5. Найти АВ, если А= В =

Вариант 4

1 Сколькими способами собрание, состоящее из 18 человек, может выбрать из своего состава председателя и секретаря ?

2 Решите уравнение 30 =

3 Лотерейные билеты пронумерованы целыми числами от 1 до 200 включительно. Какова вероятность того, что номер наудачу выбранного билета кратен 7 или 5?

4.Решить систему уравнений по формулам Крамера:

5.Найти АВ, если А = В =

Вариант 5

1 Найдите количество трёхзначных чисел, которые можно составить из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если цифры в числе не повторяются.

2 Решите уравнение 30 = 42x

3 В группе 13 девушек и 7 юношей. Для выполнения некоторой работы наудачу выбирают 5 человек. Чему равна вероятность того, что будут выбраны только юноши?

4.Решить систему уравнений по формулам Крамера:

5.Найти АВ, если А = В =

Вариант 6

1 Сколькими способами 10 футбольных команд могут разыграть между собой золотые, бронзовые и серебряные медали ?

2 Решите уравнение 20 =

3 Из ящика, содержащего 15 синих и 5 красных шаров. Наудачу извлекаются 3 шара. Чему равна вероятность того, что выбраны 2 синих и 1 красный шар?

4.Решить систему уравнений методом Гаусса:

5.Найти 2АВ, если А = В =

Вариант 7

1 Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры разные, а номер не может начинаться с нуля ?

2 Решите уравнение =

3 В группе 25 студентов, из них отлично учится 5 человек, хорошо – 12, удовлетворительно -6, слабо – 2. Преподаватель вызывает по списку одного студента. Какова вероятность того, что вызванный студент или хорошист или отличник?

4.Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы:

5.Найти АВ, если А = В =

Вариант 8

1 Найдите количество трёхзначных чисел, которые можно составить из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если цифры в числе не повторяются.

2 Решите уравнение 30 = 42x

3 В группе 13 девушек и 7 юношей. Для выполнения некоторой работы наудачу выбирают 5 человек. Чему равна вероятность того, что будут выбраны только юноши?

4.Решить систему уравнений по формулам Крамера:

5.Найти АВ, если А = В =

**Информационное обеспечение**

Основные источники:

1.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика в задачах с решениями: учебное пособие дляСПО; М: 2016

2.Мордкович А.Г. Математика: Учебник,- М.: Мнемозина, 2015.

3.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике,-М.,2013.

4.Судоплатов С.В., Овчинников Е.В. « Элементы дискретной математики». Учебник.-Новосибирск, 2002.

5.Щипачев В.С. Основы высшей математики.- М: Высшая школа.2002.

Дополнительные источники:

1.Богомолов Н.В., Самойленко П.И. «Математика», -М., 2002.

2.Колягин Ю.М., и др. Математика (книга 1).- М.,2003.

3.Колягин Ю.М., и др. Математика (книга 2).- М.,2003.

4.Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Учебное пособие.- М.: Высшая школа 2002.

Видеоуроки и другие интернет источники